

19 № 1374 Джобс 16.05.2021 (Уровень: Проб)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) 10 камней или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой 5 камней, такую позицию в игре будем обозначать (10, 5). Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: (20, 5), (10, 15), (10, 10). Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 107. Если при этом суммарное количество камней в двух кучах не превышает 170, победителем считается игрок, совершивший последний ход, иначе его противник. В начальный момент в первой куче было 5 камней, во второй куче – S камней, $1 \leq S \leq 100$.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного хода Пети. При каком минимальном значении S такое возможно?

Задание 20.

Для игры, описанной в задании 19, известно, что Петя имеет выигрышную стратегию.

Укажите два минимальных значения:

1. при котором Петя имеет выигрышную стратегию своим первым или вторым ходом, при этом Ваня должен совершить свой первый ход.
2. при котором Петя имеет выигрышную стратегию своим вторым ходом при любой игре Вани.

В качестве ответа укажите сначала значение для п.1, затем для п.2.

Задание 21.

Для игры, описанной в задании 19, известно, что Ваня имеет выигрышную стратегию за один или два хода, при этом не имеет выигрышной стратегии в один ход. Найдите минимальное значение S , при котором это возможно.

[Показать ответ](#)

26

44 25

34

19 № 6964 (Уровень: Сложный)

(Д. Статный) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **два или четыре** камня; увеличить количество камней в **два раза**.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней куче становится не менее 100.

Игрок, который получил 100 и более камней, считается проигравшим.

В начальный момент в первой куче было S камней; $1 \leq S \leq 99$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите минимальное значение S , при котором Петя выигрывает, совершив всего лишь один ход, не используя умножение.

Задание 20.

Для игры, описанной в задании 19, найдите два значения S , при которых у Вани есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Ваня не может выиграть, совершив один ход;
- Ваня может выиграть, совершив не более двух ходов, независимо от того, как будет ходить Петя.

Ответы укажите в порядке возрастания.

Задание 21.

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимально и максимальные значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть, совершив один ход;
- Петя может выиграть, совершив не более двух ходов, независимо от того, как будет ходить Ваня.

В ответе укажите сначала минимальное, а затем - максимальное.

[Показать ответ](#)

Разбор

94

86 87

46 91

19 № 6802 (Уровень: Сложный)

(Д. Статный) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит S куч камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один, три, пять, семь, восемь, двенадцать** камней. У каждого игрока есть неограниченное количество камней, чтобы делать ходы.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в кучах суммарно становится не менее 97.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший суммарное количество камней 97 или более камней.

В начальный момент в кучах было количество камней, образующее **арифметическую прогрессию с шагом в M камней**. Где в первой куче M камней; $2 \leq M \leq 20$.

Например, для 3-х куч: (M ; $2M$; $3M$)

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите такое минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Задание 20.

Укажите такое максимальное значение S , при котором Петя имеет выигрышную стратегию в один ход.

Задание 21.

Найдите максимальное и минимальное значение S , при котором Петя имеет выигрышную стратегию в два хода, но не может выиграть раньше. В ответ укажите сначала максимальное, а затем - минимальное.

[Показать ответ](#)

3

9

83

19 № 5907 (Уровень: Сложный)

(Д. Тараскин)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может забрать из кучи любое количество камней (но обязательно хотя бы один камень нужно забрать). Игра завершается в тот момент, когда кто-то из игроков не может сделать ход (обе кучи пустые). Кто оказался в такой ситуации тот проигрывает.

В начальный момент в первой куче было 15 камней, во второй куче – S камней; $S \geq 15$.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Петя сделал первый ход, после которого он при правильной игре гарантированно побеждает независимо от ходов Вани.

Укажите **минимальное** значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание 20.

Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите минимальное S , при котором Петя проигрывает независимо от своего первого хода при правильной игре Вани.

Задание 21.

Для игры, описанной в задании 19, введем ограничение: за один ход из кучи можно забрать от 1 до 5 камней. В первой куче также изначально 15 камней. Петя делает первый ход, который не гарантирует ему дальнейшую победу при правильной игре, затем Ваня делает неудачный ход и после серии ходов Петя гарантированно выигрывает независимо от ходов Вани. Укажите минимальное и максимальное $15 < S < 50$, при которых это возможно.

[Показать ответ](#)

16

15

21 45

19 № 5441 Джобс 21.12.22 (Уровень: Сложный)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) добавить в кучу 10 камней;

б) увеличить количество камней в куче в два раза.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 82. Игрок, сделавший ход, который привел к значению 82 или более, считается проигравшим. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 81$.

Известно, что Петя одержал победу, совершив один ход за игру. Найдите минимальное значение S , при котором Петя гарантированно одерживает победу для описанной стратегии.

Задание 20.

Для игры, описанной в задании 19, найдите все значения S такие, при которых Ваня совершает не более одного хода и выигрывает. При этом у Вани нет стратегии, которая позволяла бы ему гарантированно выиграть, не совершив ни одного хода. В качестве ответа приведите минимальное и максимальное значения S .

Задание 21.

Для игры, описанной в задании 19, известно, что Петя выигрывает, сделав не более двух ходов. Укажите минимальное значение S , если известно, что Петя не может гарантированно выиграть, сделав один ход.

[Показать ответ](#)

[Разбор](#)

36

52 61

26

19 № 4366 (Уровень: Сложный)

Два игрока, Петя и Ваня играют в следующую игру. Задан некоторый набор символьных цепочек («слов»), в котором ни одно слово не является началом другого. Игра начинается с пустой строки, конец которой игроки по очереди дописывают буквы, по одной букве за ход так, чтобы полученная цепочка на каждом шаге была началом одного из заданных слов. Первый ход делает Петя. Выигрывает тот, кто первый составит слово из заданного набора.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Для скольких слов из набора {КРУГОЗОР, КРУГОМ, КРУГООБОРОТ, КРУЖАЛО, КРУЖКА, МИНОГ, МИНОР, МИРАЖ, МИРАБИЛИТ} выигрывает Петя, независимо от того, как будет ходить Ваня?

Задание 20.

Для игры, описанной в 19 задании, определите, сколько букв содержит самое короткое слово из набора {ИСПОДВОЛЬ, ИСПРАВИТЕЛЬНЫЙ, ИСПЕКТРЕННЫЙ, ИСПАРИНА, ИСПАНКА, ИСПАРЯЕМОСТЬ}, при записи которого, выигрывает Ваня, независимо от того, как будет ходить Петя?

Задание 21.

Из букв «А» и «Б» составляются две символьные последовательности (два слова). Первое слово длиной 4 символа, второе длиной 5 символов.

Для игры, описанной в задании 19, определите, какое количество различных пар слов можно составить, чтобы всегда выигрывал Ваня, независимо от того, как будет ходить Петя?

Например, для пары слов АБАА и ААААА выигрывает Ваня. Его выигрышная стратегия заключается в том, чтобы первым ходом написать букву «Б»

[Показать ответ](#)

4

12

160

19

№ 4364 (Уровень: Сложный)

Два игрока, Петя и Ваня играют в следующую игру. Задан некоторый набор символьных цепочек («слов»), в котором ни одно слово не является началом другого. Игра начинается с пустой строки, в конец которой игроки по очереди дописывают буквы, по одной букве за ход так, чтобы полученная цепочка на каждом шаге была началом одного из заданных слов. Первый ход делает Петя. Выигрывает тот, кто первый составит слово из заданного набора.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Для скольких слов из набора {ПАТРОНИМ, ПАУЗОК, ПАЯЦ, ПАТРОНИРОВАТЬ, ПАТРОНЕССА, ПАШНЯ, ПАТРОНТАШ, ПАТРОННИК, ПАЯСНИЧАТЬ} выигрывает Петя, независимо от того, как будет ходить Ваня?

Задание 20.

Для игры, описанной в 19 задании, определите, сколько букв содержит самое длинное слово из набора {ЗЕМЛЯНИКА, ЗЕМЛЯНКА, ЗЛАК, ЗЛАТО, ЗИМНИК, ЗИМОВЬЕ}, при записи которого, выигрывает Ваня, независимо от того, как будет ходить Петя?

Задание 21.

Из букв «А» и «Б» составляются две символьные последовательности (два слова). Первое слово длиной 3 символа, второе длиной 6 символов.

Для игры, описанной в задании 19, определите, какое количество различных пар слов можно составить, чтобы всегда выигрывал Ваня, независимо от того, как будет ходить Петя?

Например, для пары слов АБА и АААААА выигрывает Ваня. Его выигрышная стратегия заключается в том, чтобы первым ходом написать букву «А».

[Показать ответ](#)

3

6

128

19

№ 4331 Пробный 06.2022 /dev/inf advanced (Уровень: Сложный)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два или четыре камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 125. Если при этом в куче оказалось не более 163 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник, при этом считается, что он сделал свой ход.

В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 124$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня победил после первого неудачного хода Пети. При этом в свой ход Ваня добавлял камни в кучу, а не увеличивал в два раза. Назовите максимальное значение s , при котором это возможно.

Задание 20.

Найдите минимальное и максимальное значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 21.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

[Показать ответ](#)

[Разбор](#)

122

31 118

113

19

№ 2712 Пробный 02.2022 /dev/inf Middle level (Уровень: Сложный)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. Ходы, которые могут выполнить игроки, обозначены буквами:

- А) добавить в одну из куч (по выбору игрока) один камень;
- Б) добавить в одну из куч (по выбору игрока) два камня;
- В) увеличить количество камней в одной из куч (по выбору игрока) в два раза.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в одной из куч становится не менее 50. Если при этом суммарное количество камней в двух кучах не превышает 109, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник, при этом считается, что противник сделал ход.

В начальный момент в первой куче было 24 камня, во второй S камней, $1 \leq S \leq 49$.

Найдите три минимальных значения S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

В ответе укажите обозначения ходов, которые необходимо сделать своим первым ходом Пете в порядке возрастания значений S . Например, если найдены значения S 2, 6 и 8, а соответствующие им первые ходы Пети это добавить один камень, увеличить количество камней в два раза и добавить два камня, то в ответе необходимо записать АБВ.

Задание 20.

Для игры из задания 19, найдите минимальное значение S , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для данного значения S определите, сколько различных вариантов партий игры может быть сыграно при выполнении перечисленных условий.

Задание 21.

Для игры из задания 19, найдите, при каком минимальном начальном количестве камней в первой куче у Вани будет выигрышная стратегия, описанная в задании 20.

[Показать ответ](#)

[Разбор](#)

ВБА

16

21

19

№ 2681 Пробный 02.2022 /dev/inf Base level (Уровень: Сложный)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. Ходы, которые могут выполнить игроки, пронумерованы:

- 1) добавить в кучу один камень;
- 2) добавить в кучу два камня;
- 3) увеличить количество камней в куче в три раза.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 57.

В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 56$.

Найдите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Для найденного значения укажите номер хода, сделав который, Ваня победит независимо от того, как сходил Петя.

Задание 20.

Для игры в задании 19, найдите три значения S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

В ответе укажите номера ходов, которые необходимо сделать своим первым ходом Пете в порядке возрастания значений S . Например, если найдены значения S 2, 6 и 8, а соответствующие им первые ходы Пети это добавить один камень, увеличить количество камней в 3 раза и добавить 2 камня, то в ответе необходимо записать 1 3 2.

Задание 21.

Для игры в задании 19, найдите значение S , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для данного значения S определите, сколько различных вариантов партий игры может быть сыграно при реализации Ваней выигрышной стратегии.

[Показать ответ](#)

[Разбор](#)

3

3 2 1

7